

Trabajar con Proyectos Contextualizados para Desarrollar Competencias en el Aula de Matemáticas

María M. Vega Quirós, SAFA de Écija y Univ. Granada, vegaquir@ugr.es
José M^a Cardeñoso, Univ. Granada y Grupo Hum462 “DPD”, josem@ugr.es
Pilar Azcarate, Univ. Cádiz y Grupo Hum462 “DPD”, pilar.azcarate@uca.es

Resumen

Destacamos, en esta comunicación, los aspectos más relevantes referentes al desarrollo de competencias matemáticas trabajando con una metodología por proyectos, con alumnos de 3º de Eso (14 años) en las EE.PP. de la Sagrada Familia de Écija (España), en su nivel de enseñanza obligatoria. Su contextualización etnográfica y ethográfica permite interpretar el caso de un grupo colaborativo de alumnas, elegido por la topología de sus 5 miembros, para su evaluación competencial. La fuente de información en la obtención de datos para el seguimiento del proyecto de trabajo, se realiza mediante portafolios de aprendizaje y presentación (proyecto técnico: Mi Torre) de los alumnos. El proceso formativo se valora mediante una *Rubrica* de calificación negociada con los capitanes de los grupos de trabajo. En consecuencia, se obtiene su calificación y autoevaluación relativa a los aprendizajes logrados sobre al tópic del teorema de Thales, donde se aprecia la evolución competencial del grupo elegido.

PALABRAS CLAVE: Desarrollo profesional, Educación Secundaria Obligatoria, Macroproyectos, competencias matemáticas.

Abstract

We highlight, in this communication, the more outstanding relating aspects to the development of mathematical competences working with a methodology for projects, with students of 3º of That (14 years) in EE.PP. of the Sacred Family of Écija (Spain), in their level of obligatory teaching. Their ethnographic and ethográfica context allow to interpret the case of a collaborative group of students, chosen by the topology of their 5 members, for their evaluation of competences. The source of information in the obtaining of data for the pursuit of the work project, is carried out by means of learning briefcases and presentation (I project technician: My Tower) of the students. The formative process is valued by means of one he/she Signs of qualification negotiated with the captains of the work groups. In consequence, it is obtained their qualification and relative auto-evaluation to the learning's achieved envelope to the topic of the theorem of Thales, where the evolution of competences of the elected group is appreciated.

KEYWORDS: Prospective Teachers' Education, Math Education, Micro-projects, competenes mathematics

Una nueva visión: las competencias matemáticas

Esta nueva perspectiva surge del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (*Programme for International Student Assessment, PISA*), el cual se propone establecer en qué medida los jóvenes, al finalizar la escolaridad obligatoria, están preparados para salir exitosos de los retos a los que se enfrenta en la sociedad actual.

El dominio sobre las matemáticas que se estudia en el proyecto PISA 2003 se conoce como *alfabetización matemática* o como *competencia matemática*, refiriéndose a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando resuelven o enuncian

problemas matemáticos en diversas situaciones.

Observamos, en el discurso de Rico (1997), la alfabetización o competencia matemática como la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en los que las necesiten en su vida cotidiana. Considerando las matemáticas como un *modo de hacer*, nos aproximamos a su modelo funcional sobre el aprendizaje de las matemáticas, el cuál postula la necesidad de unas tareas contextualizadas, unas herramientas conceptuales y un sujeto.

Coincidimos con Serradó et al. (2003) en que la competencia puede entenderse en su sentido de variable, desde la cual diferentes valores pueden ser obtenidos por la observación del comportamiento del estudiante. La aseveración teórica nos dice que los métodos pueden, en el primer nivel, ser reconocidos y comprendidos, y progresivamente los alumnos serán capaces de resolver problemas de forma independiente en los sucesivos niveles (Henning, 2005).

NIVELES COMPE- TENCIAS	1	2	3	4	5	6
Pensar y Razonar	Responder a cuestiones en contextos muy conocidos		Responder a cuestiones en contextos poco familiares		Responder a cuestiones complejas en multitud de contextos	Formar y relacionar conceptos
Argumentar y Justificar				Elaborar argumentos basados en sus acciones	Formular los razonamientos desarrollados	Elaborar argumentos desde su propia reflexión
Comunicar		Describir resultados obtenidos	Realizar explicaciones sencillas		Comunicar conclusiones con precisión	
Modelizar				Usar modelos explícitos en situaciones concretas	Desarrollar y usar modelos en múltiples situaciones	
Resolución de problemas	Resolver problemas con datos sencillos		Seleccionar y aplicar estrategias sencillas		Seleccionar, comparar y evaluar estrategias	Generalizar resultados de problemas
Representar	Leer datos directamente de tablas o figuras	Usar un único tipo de representación	Conocer y usar diferentes Sistemas de Representación	Vincular diferentes Sistemas de Representación incluyendo el simbólico		Relacionar y traducir con fluidez diferentes Sistemas de Representación
Lenguaje simbólico	Realizar operaciones básicas	Usar algoritmos y fórmulas elementales	Aplicar procedimientos descritos con claridad	Representar situaciones reales por símbolos		Dominar con rigor el lenguaje simbólico

Tabla 1: Descriptores que caracterizan los distintos niveles de competencias.

Esta relación entre las competencias matemáticas específicas, las habilidades y destrezas, que se ponen en juego y/o desarrollan los alumnos a través de la alfabetización matemática se refieren en general a cualquier bloque de contenido. Y, por ser generales no establecen un nivel de relación concreto con el conocimiento matemático de ninguno de los bloques de contenido. Desde la OCDE, se establece una graduación de la adquisición de estas competencias específicas matemáticas y su relación con las habilidades en seis niveles diferenciados, que se presenta en la *tabla 1*, parecida a la establecida por Henning en el caso de la modelización. Estos niveles se establecen para cada uno de los bloques de conocimiento.

Objetivos geométricos en la Etapa de Secundaria Obligatoria

Los Estándares (NTCM, 1989, 2004) nos proponen las capacidades, que han de ser adquiridas durante la etapa obligatoria dentro de la Geometría, tales como:

- Identificar, describir, comparar, modelar, dibujar y clasificar figuras geométricas de dos y tres dimensiones.
- Desarrollar el sentido espacial.
- Explorar los efectos de transformar, combinar, subdividir y cambiar las figuras geométricas.
- Comprender, aplicar y deducir propiedades de las figuras geométricas y de las relaciones entre ellas, incluyendo la congruencia y la semejanza.
- Apreciar la geometría como medio para describir y modelar el entorno físico.
- Explorar diversas aproximaciones de la geometría.

Creemos que el trabajo por proyectos que planteamos: construir una torre de la ciudad a una escala determinada; nos ayuda a promover los objetivos didácticos dirigidos a que nuestros estudiantes ejerciten las capacidades anteriormente expuestas, en un contexto de trabajo.

Desarrollo del proyecto contextualizado de trabajo: “¿Por qué a Écija se le conoce cómo ciudad de las torres?”.

Centrándonos en nuestro problema de investigación, nos proponemos como *objetivo general*:

Caracterizar y analizar el desarrollo de las competencias geométricas en los participantes del proyecto contextualizado ¿Por qué se conoce a Écija cómo ciudad de las Torres?, utilizando el portafolio de aprendizaje como instrumento básico para su evaluación.

El



10	Actividad 11	Aplicar la actividad 10, a la Torre asociada al grupo de trabajo.	Quinta
11	Ficha 5 y Activ 12	Escalas.	
12	Actividad 13	Planos.	
13	Actividad 14	Autorización para la salida del colegio.	Sexta
14	Actividad 15	Medir pabellones del colegio con el hipsómetro y calcular su altura real.	
15	Actividad 16	Salida del colegio para calcular la altura de partes no accesibles de una torre. Las Gólicas.	Séptima
Tabla 2. Objetivos pretendidos con el portafolios de aprendizaje individual			
Pg. portafolios	Ficha o actividad.	Objetivos:	Sesion
1	Ficha 1	Control de tareas y días dentro del portafolio de aprendizaje.	Primera
2	Ficha 2		
3	Ficha 3		
4	Actividad 0	Cómo han construido el hipsómetro.	Segunda
5	Actividades 1-4	Detección de ideas previas.	
6	Actividades 5-6	Toma de contacto con las etnomatemáticas.	Tercera
7	Ficha 4	Teorema de Thales.	
8	Actividad 9	Calcular una distancia real conociendo las medidas del hipsómetro.	Cuarta
9	Actividad 10	Reconocer y nombrar objetos geométricos en edificios. Encontrar elementos simétricos.	

proyecto comienza con una secuenciación de actividades y utilización de recursos, organizada sesiones, consecutivas en el tiempo y que se detallan en la tabla 2. Donde también están recogidos los objetivos pretendidos en cada una de las fases.

Durante el proceso los alumnos recopilaron todas las actividades realizadas en *El portafolio de aprendizaje*, que es un documento de elaboración propia, que los alumnos deben trabajar individualmente, aunque sentados por grupos para poder solucionar sus primeras dudas entre pares. Tiene como fin solucionar las deficiencias de carácter teórico que estos presentan para poder construir la maqueta de su Torre, así como detectar los conocimientos previos y las expectativas que los estudiantes poseen.

La formación teórica-práctica se completa con *las actividades de transición* que están encaminadas a reconfortarles en lo referente a los conocimientos más prácticos, necesarios para el fin esperado. Se trabajan individualmente.

Por último, cada grupo de alumnos realizaron su propio *proyecto técnico*, dirigido a la construcción de la torre. Es un documento redactado por los estudiantes, por grupos de trabajo, en el que explican los pasos que han seguido para la fabricación cooperativa de la maqueta de la Torre elegida. El proyecto se cierra con unas aportaciones realizadas por los grupos, en las que realizaron una *evaluación sobre qué y cómo* habían aprendido gracias al proceso seguido.

Instrumentos de recogida de información



Las fuentes utilizadas para obtener la información a lo largo del desarrollo del proyecto fueron:

- Los portafolios de aprendizaje realizados por las cinco alumnas en las que se centra la investigación escolar (Stake, 1998).
- El portafolio del grupo de trabajo que realizaron colaborativamente.
- La maqueta de la Torre que colectivamente realizaron.
- Diario del proyecto de la capitana del grupo analizado.
- La autoevaluación realizada por las participantes.
- Entrevistas con la capitana del grupo al objeto de elaborar los criterios de evaluación para establecer la *Rubrica*, los cuales se han utilizado, a posteriori, como organizadores

de la información para facilitar su análisis, como sistema de categorías emergente (Rodríguez, et al. 1999)

Desarrollo de competencias detectadas a través del Portafolio de aprendizaje



Como ya indicamos, a las competencias, en su sentido de variable, es posible asignarle diferentes valores obtenidos por la observación del comportamiento de las estudiantes, siguiendo la graduación de la adquisición de estas competencias específicas matemáticas y su relación con las habilidades en los seis niveles diferenciados (OCDE, 2004).

Pensar y razonar. A lo largo del desarrollo de las actividades propuestas en el portafolio de aprendizaje, se aprecia que las alumnas, apenas, alcanzan el primer nivel en esta competencia; es decir, no son capaces de responder a cuestiones en contextos muy conocidos. Concretamente, a lo largo de las actividades 1-8, se observa que las estudiantes las responden de manera irregular, no mostrando una línea de actuación definida y encontrando dificultades a la hora de expresar sus propias opiniones.

Argumentar y justificar. Se observa que la muestra seleccionada no elabora argumentos basados en sus propias acciones (nivel 4), de hecho no lo realizan, ni si quiera, en aquellos casos en los que se trataba de exponer sus concepciones de algún concepto, como en la actividad 13.

Comunicar. Resulta difícil concretar el nivel competencial adquirido por las alumnas respecto a esta competencia, puesto que no se ha conseguido, exceptuando casos muy concretos, que las alumnas describan los resultados obtenidos en sus actividades ni, por supuesto, que realizaran explicaciones sencillas. Esta competencia, concuerda con unos de los criterios de evaluación pactados con los alumnos, *voluntad por compartir*, en el que las estudiantes han obtenido, en la mayoría de los casos, la calificación mínima, puesto que a penas explican sus razonamientos.



Modelizar. En las actividades analizadas, como la 10 y 11, se comprueba que las estudiantes usan modelos explícitos en situaciones concretas (nivel 4), y algunas, como G3.4, lo desarrollan en múltiples situaciones (nivel 5), hecho que no ocurría con anterioridad al comienzo del proyecto.

Resolución de problemas. A la hora de resolver los problemas, se ha comprobado que son capaces de resolverlos cuando estos poseen datos sencillos (nivel 1). Además, la parte de la muestra que los ha realizado, muestra su capacidad para seleccionar y aplicar estrategias sencillas (nivel 3), aunque no consiguen compararlas y evaluarlas, las estrategias (nivel 5), salvo en el caso del problema 3 dentro de la act. 13.



Representar. En esta competencia es en la que se ha encontrado un nivel más bajo, ya que ninguna de ellas ha sido capaz de utilizar la representación gráfica como apoyo para visualizar los problemas, hecho que se evidencia cada vez que han aplicado el Teorema de Thales, hecho que concuerda con los errores detectados por Guillén (2000) en su estudio.

Lenguaje simbólico. Aunque las alumnas son capaces de realizar operaciones básicas (nivel 1), al igual que de usar algoritmos y fórmulas elementales (nivel 2); no son capaces de aplicar los procedimientos con claridad, incurriendo repetidas veces en errores simbólicos, aunque lleguen a una solución correcta.

Desarrollo de competencias detectadas a través del Proyecto Técnico

El trabajo de grupo, que finalmente se denominó Proyecto Técnico, quedó constituido de la siguiente manera:

Página	Dedicación de cada uno de los apartados.
1	Presentación del grupo de trabajo, del proyecto y de la Torre elegida, incluyendo una pequeña reseña histórica de la misma.
2	Presentación de las partes en las que han dividido la Torre para su construcción, indicando los nombres técnicos de cada una de ellas.
3	Presentación de los materiales y herramientas que han utilizado.
4	Exposición de las dificultades que se le han presentado para la construcción de la maqueta.
5, 6 y 7	Explicación y exposición de los cálculos realizados para la construcción de la Torre.
8 y 9	Presentación de fotografías que han utilizado para imprimir los detalles a la maqueta de la Torre.
10 y 11	Presentación del diario del grupo de trabajo realizado por la capitana del grupo, G3.5.

Tabla 3: Distribución del Proyecto Técnico

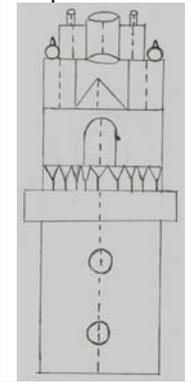
Tras observar las aportaciones de las alumnas, plasmadas en el Portafolio de Aprendizaje y en el Proyecto Técnico, nos encontramos en disposición de realizar una comparación entre los documentos, y señalar las diferencias encontradas a nivel competencial (OCDE, 2004). Para el análisis comparativo se utilizarán los niveles de competencias específicas (ver la tabla 1)

Pensar y razonar. Tras analizar el Diario de Grupo, se comprueba que las alumnas han alcanzado ítems como responder cuestiones en contextos muy conocidos (nivel 1) o responder a cuestiones en contextos muy familiares (nivel 3), avanzando considerablemente en esta competencia.

Argumentar y justificar. Las alumnas superan las inseguridades que se observaban a lo largo del Portafolio de Aprendizaje, consiguiendo, en esta ocasión, elaborar argumentos basados en sus propias acciones (nivel 4), como se aprecia en la página 5 del Proyecto Técnico del grupo.

Comunicar. En el último documento entregado, el Proyecto Técnico, se aprecia, reiteradamente, que se ha superado el nivel respecto a esta competencia que tenían las estudiantes, puesto que además de describir todos los resultados obtenidos (nivel 1), realizar explicaciones sencillas (nivel 3), comunican sus conclusiones con precisión (nivel 5), como se aprecia en cada uno de los apartados del documento.

Descomposición de Santa Ana por G3.4.



Modelizar. En esta competencia es en la que las estudiantes han realizado una mayor evolución. Gracias a la construcción de la maqueta de la Torre, han desarrollado niveles competenciales del quinto nivel, puesto que han sido capaces de desarrollar y usar modelos en múltiples situaciones.

Resolución de problemas, Representar y Lenguaje Simbólico. Se comprueba que las estudiantes no avanzan en estas competencias a lo largo de las actividades realizadas en los dos documentos, con lo que se mantienen en el mismo nivel que desplegaron al realizar la primera actividad referente a estas competencias, por lo que destacamos la necesidad de proponer actividades que estimulen el desarrollo de estas competencias tan necesarias en nuestra materia.



Negociando resultados

Tras haber finalizado el Proyecto de trabajo con la presentación de la maqueta de la torre, les propusimos a nuestras estudiantes dieciséis preguntas, de carácter autoevaluativo, donde indicando lo que habían aprendido con cada una de las actividades del portafolio (Tellez, 1996), entre las que obtuvimos respuestas referidas al conocimiento geométrico pretendido:

G3.1.	G3.2	G3.3	G3.4	G3.5
He aprendido a hacer problemas.	A medir la torre.	He aprendido a hacer el teorema de Thales.	He aprendido a hacer problemas de reglas de tres y Thales.	Hemos aprendido a hacer el teorema de Thales en forma de problemas.

Las tres alumnas más implicadas en la actividad, G3.3, G3.4 y G3.5, nos indican que han aprendido a “hacer” el teorema de Thales, matizando “*en forma de problemas*”. Pensamos que realmente han aprendido el procedimiento de aplicarlo con los datos que les proporciona el problema, pero que no han introducido este conocimiento en su estructura conceptual, puesto que lo vemos como una comprensión aislada de un problema determinado.

Además, nos llama la atención el comentario de la alumna G3.4 que nos dice que ha aprendido a “*hacer problemas de reglas de tres*”. Suponemos que lo piensa puesto que la proporción adquirida tras aplicar el teorema de Thales se parece a la que se obtiene en un problema de esa tipología. Además, llegando a ese punto, la resolución final de dos ejercicios, de aplicación del teorema de Thales y de reglas de tres, es la misma puesto que se trata de resolver de una ecuación de primer grado. Por tanto, llegamos a la conclusión de que tampoco ha tenido un aprendizaje significativo de los problemas planteados, con anterioridad al proyecto, de reglas de tres ya que únicamente lo asocia al procedimiento de resolución.

Por último presentar sus respuestas a si le ha gustado trabajar de esta manera y su porqué.

G3.1.	G3.2	G3.3	G3.4	G3.5
Sí, porque es diferente.	Sí, porque ha sido divertido trabajar en grupo.	Sí mucho, porque es algo nuevo.	Sí, porque nos lo hemos pasado muy bien.	Sí, porque aprendes mejor y te diviertes.

De acuerdo con lo comentado en Gil et al. (2006), pensamos que al utilizar esta metodología, a la que los alumnos no están acostumbrados, hemos conseguido aumentar, positivamente, las actitudes y las reacciones emocionales que nuestras estudiantes tenían hacia las matemáticas, puesto que para ellas, todas, ha resultado gratificante trabajar de una manera diferente, ya que, incluso tres de ellas, nos indican que se han divertido en clase de matemáticas.

Conclusiones

Se observa que las alumnas desarrollan mejor, las capacidades explicitadas en el NCTM (1989, 2000), con esta metodología docente, obviada en la enseñanza tradicional donde el aprendizaje de la geometría ha sido habitualmente memorístico, sin ninguna referencia histórica o deductiva de su origen, ni tan poco de su proyección en la vida cotidiana. En la enseñanza de la Geometría es necesario que el alumno vea la relación entre una disciplina escolar manipulativa y deductiva con contextos de su vida cotidiana (arquitectura, pintura, logotipos,...). El núcleo de Geometría en la ESO responde a una finalidad principal: el alumnado debe adquirir, por sí mismo, la convicción de que con sus herramientas se hacen modelos que representan parcialmente el espacio físico en el que transcurre la vida cotidiana y que, por consiguiente, muchos problemas relacionados con él admiten una resolución geométrica.

Vemos que la Geometría una disciplina que necesita una reducida cantidad de requisitos previos y que resulta accesible a todo el alumnado. Aunque un problema geométrico no sea fácil, afrontándolo formalmente, es posible trabajar en él desde distintas perspectivas, visual o manipulativamente, por ejemplo, e ir encontrando resultados parciales que nos permitan ir organizándolo (Camps, 2001). Así, la geometría proporciona una gran fuente de problemas en contextos diversos y favorece el trabajo de cada estudiante, de acuerdo con sus posibilidades.

Constatamos que el portafolio es un instrumento innovador de trabajo y evaluación que fomenta la reflexión sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje realizado por los alumnos, además de resultar idóneo para facilitar un acercamiento valorativo a los procesos de aprendizaje superando enfoques tradicionales (Kelly y Lesh, 2000). Esto es, cada grupo llevaba un registro escrito en el portafolio de las actividades realizadas en clase (Shulman, 1999), donde se contemplaba los modelos explicativos elaborados colectivamente, en cada momento puntual, y las reflexiones a que éstas dieran lugar.

Para el profesor en formación permanente, el Portafolio se configura como una fuente de reflexión sobre las propias ideas didáctico-matemáticas, siendo una forma de involucrar al docente en el análisis del contenido del trabajo realizado, así como una estrategia potente para promover la reflexión de los aprendices e incidir en sus ideas, útil para tomar conciencia del proceso seguido en su conjunto, los logros alcanzados y poder aprender a valorarlos.

Referencias bibliográficas

- Camps, A (coord) (2001). El aula como espacio de investigación y reflexión. Barcelona: Graó
- Gil, N.; Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista de Investigación psicoeducativa* 8, Vol 4 (1) pp: 27 – 42
- Guillén, G. (2000). Sobre el aprendizaje de conceptos geométricos relativos a los sólidos. Ideas erróneas, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 18 (1), pp. 35-53.
- Henning, H. (2005): Levels of modelling competence. In M. Bosch (Ed.) *Proceedings for the CERME 4*. Barcelona, Spain: Ramon Llull University.

- Kelly, A.E. y Lesh, R. (2000). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Mahwah, N.J.: Erlbaum
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Traducción en Sevilla, 2003)
- OECD (2004). *Learning for Tomorrow's World. First Results from PISA 2003*. OECD, Paris.
- Rico, L (Coordinador); Castro, E; Castro, E; Coriat, M; Marín, A; Puig, L; Sierra, Socas; M. (1997) *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: ICE Universitat Barcelona. Editorial Horsori.
- Rodríguez, G; Gil, J y García, E(1999) *Metodología de la investigación cualitativa* Málaga:Aljibe.
- Serradó, A., Cardeñoso, J.M. y Azcárate, P. (2003) La evaluación de capacidades en educación matemática: el Portafolio, pp. 107-130 en Cardeñoso y otros (Eds) *Investigación en el aula de matemáticas. La evaluación en matemáticas*. Granada: SAEM "THALES" Univ. Granada.
- Shulman, L. (1999). Portafolios del docente: una actividad teórica. N. Lyons, (Comp.) *El uso de portafolio. Propuestas para un nuevo profesionalismo docente*. Buenos Aires Amorrortu.
- Stake, R.E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- Tellez, K. (1996): Autentic Assessment. En Sikula (Ed.): *Handbook of Research on Teacher Education*. New York: Macmillan. (705-720).